$$
\begin{aligned}
&\text{Μ.Δ.Ε.} \quad && U_t = \alpha U_{xx} \\
&\text{Σ.Σ.} \quad && U(0,t) = 0 \\
& && U_x(L,t) + bU(L,t) = 0 \qquad (4.21) \\
&\text{Α.Σ.} \quad && U(x,0) = f(x) - \left[c_1 + \left(\frac{c_2 - bc_1}{1 + bL}\right)\frac{x}{L}\right] \equiv F(x).
\end{aligned}
$$

Το πρόβλημα αυτό επιλύεται με τη μέθοδο των χωριζομένων μεταβλητών. Ακολουθώντας τη διαδικασία της προηγούμενης παραγράφου, η λύση της Μ.Δ.Ε. έχει τη μορφή της (4.6)

$$U(x,t) = T(t)X(x) = e^{-\lambda^2 \alpha t}(A\sin(\lambda x) + B\cos(\lambda x)). \qquad (4.22)$$

Ακολούθως αναζητούνται οι λύσεις οι οποίες θα ικανοποιούν τις συνοριακές συνθήκες Σ.Σ. Υπολογίζοντας την παράγωγο της (4.22) U_x και αντικαθιστώντας τις $U(x,t)$ και $U_x(x,t)$ στις συνοριακές συνθήκες Σ.Σ., προκύπτουν οι σχέσεις

$$X(0)T(t) = Be^{-\lambda^2 \alpha t} = 0 \Rightarrow B = 0$$

$$[X'(L) + bX(L)]T(t) = A\lambda e^{-\lambda^2 \alpha t}\cos(\lambda L) + bAe^{-\lambda^2 \alpha t}\sin(\lambda L) = 0.$$

Για $A \neq 0$, η τελευταία εξίσωση μας δίδει τη συνθήκη

$$\tan(\lambda L) = -\frac{\lambda}{b}$$

Οι ρίζες λ_n, $n = 1, 2, \ldots$, οι οποίες ευρίσκονται στην τομή των καμπύλων $\xi = \tan(\lambda L)$ και $\xi = -\lambda/b$ (Σχήμα 2.20) και υπολογίζονται αριθμητικά για δεδομένες τιμές του b, ονομάζονται ιδιοτιμές του προβλήματος συνοριακών τιμών

$$
\begin{aligned}
&X'' + \lambda_n^2 X = 0 \\
&X(0) = 0, \qquad X'(L) + bX(L) = 0.
\end{aligned} \qquad (4.23)
$$

Οι λύσεις οι οποίες αντιστοιχούν στις ιδιοτιμές λ_n ονομάζονται ιδιοσυναρτήσεις $X_n(x)$ και σύμφωνα με την (4.7) δίδονται από τη σχέση $X_n(x) = \sin(\lambda_n x)$ (Σχήμα 2.21).