<u>ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΤΟΛΕΣ ΤΟΥ MAPLE</u>

ΕΝΤΟΛΕΣ ΕΛΕΓΧΟΥ

Οι εντολές αυτές είναι οι βασικότερες όλων και μας επιτρέπουν να ελέγχουμε τη ροή του προγράμματος. Οι κυριότερες είναι οι κάτωθι:

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ	ΕΝΤΟΛΗ
ΕΠΑΝΕΚΙΝΗΣΗ-ΜΗΔΕΝΙΣΜΟΣ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ	**restart**
ΤΕΛΙΚΟ ΣΥΜΒΟΛΟ ΕΝΤΟΛΩΝ	**;**
ΑΠΟΚΡΥΨΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕ-ΣΜΑΤΩΝ	**:**
ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΕΝΤΟΛΗΣ	**enter**
ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΑΡΙΘΜΩΝ	**+**
ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΑΡΙΘΜΩΝ	**-**
ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΑΡΙΘΜΩΝ	*****
ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΑΡΙΘΜΩΝ	**/**
ΑΜΕΣΗ ΑΝΑΦΟΡΑ ΣΤΟ ΤΕΛΕΥΤΑΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ	**%**
ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΝΕΑΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ	**:=**
ΑΝΤΙΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΣΕ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ	**subs( );**
ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ ΑΚΕΡΑΙΟΥ ΣΕ ΠΡΩΤΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ	**ifactor( );**
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ	**evalf( );**
ΕΥΡΕΣΗ ΑΝΑΠΤΥΓΜΑΤΟΣ ΓΙ-ΝΟΜΕΝΩΝ ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΩΝ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ	**expand( );**
ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ ΠΟΛΥΩ-ΝΥΜΟΥ	**factor( );**
ΑΠΟΜΟΝΩΣΗ ΑΡΙΘΜΗΤΟΥ Ε-ΝΟΣ ΚΛΑΣΜΑΤΟΣ	**numer( );**
ΑΠΟΜΟΝΩΣΗ ΠΑΡΟΝΟΜΑΣΤΟΥ ΕΝΟΣ ΚΛΑΣΜΑΤΟΣ	**denom( );**
ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ	**simplify( );**

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΟΡΙΩΝ	**a..b**
ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ	**plot(f(x),x=κάτω όριο..πάνω όριο)**
ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ ΚΑΙ ΣΗΜΕΙΩΝ	**display([a,b,c,d,….]);**
ΑΚΡΙΒΗ ΕΥΡΕΣΗ ΛΥΣΕΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ	**solve(εξίσωση,μεταβλητή);**
ΕΥΡΕΣΗ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΛΥΣΕΩΝ	**fsolve(εξίσωση,μεταβλητή);**

ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Το Maple έχει έτοιμα περιβάλλοντα εργασίας (πακέτα ή packages), τα οποία ασχολούνται με συγκεκριμένους τομείς των Μαθηματικών. Πρόκειται δηλαδή για μια σειρά από πολλές εντολές, οι οποίες ενεργοποιούνται με την εκτέλεση μιας ειδικής εντολής-κλήσης. Το πακέτο που χρησιμοποιείται στη Διανυσματική Ανάλυση είναι το VectorCalculus, το οποίο ενεργοποιείται με την εντολή: ‘with(VectorCalculus):’. Υπάρχουν βεβαίως και πολλά άλλα, όπως αυτό της Γραμμικής Άλγεβρας, with(linalg): των Διαφορικών Εξισώσεων, with(DEtools):, κτλ.

Τέλος υπάρχουν και τα διάφορα πακέτα σχεδίασης: with(plots):, with(plottools):.

ΠΑΚΕΤΟ VECTOR CALCULUS

Με την κλήση του πακέτου αυτού είμαστε υποχρεωμένοι να δηλώσουμε ποιο σύστημα συνεταγμένων θα χρησιμοποιήσουμε. Οι βασικότερες εντολές είναι οι εξής:

ΚΛΗΣΗ	**With(VectorCalculus):**
ΚΑΡΤΕΣΙΑΝΕΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ	**SetCoordinates(cartesian[x,y,z]);**
ΣΦΑΙΡΙΚΕΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ	**SetCoordinates(spherical [r,phi,theta]);**
ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΕΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ	**SetCoordinates(cylindrical [rho,phi,z]);**
ΔΗΛΩΣΗ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ Α	**A:=VectorField(<A1,A2,A3>);**
ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΩΝ ΠΕΔΙΩΝ	**A+B; όπου A και B δύο διανυσματικά πεδία**
ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΩΝ ΠΕΔΙΩΝ	**A-B; όπου A και B δύο διανυσματικά πεδία**
ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ	**DotProduct(A,B); όπου A και B δύο διανυσματικά πεδία**
ΕΞΩΤΕΡΙΚΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ	**Crossproduct(A,B) όπου A και B δύο διανυσματικά πεδία**

ΠΑΔΕΙΓΜΑΤΑ.

```
> restart;
> 6+7; #πρόσθεση
```
$$13$$
```
> 7-6; #αφαίρεση
```
$$1$$
```
> 6*8; #πολλαπλασιασμός
```
$$48$$
```
> 64/8;#διαίρεση
```
$$8$$
```
> 850.265545454*644.55878455; #πολλαπλασιασμός
```
$$548046.1266$$
```
> evalf(%,2);#υπολογισμός με συγκεκριμένη ακρίβεια
```
$$550000.$$
```
> sqrt(27); #τετραγωνική ρίζα
```
$$3\sqrt{3}$$
```
> evalf(%,3);#υπολογισμός με συγκεκριμένη ακρίβεια
```
$$5.19$$
```
> sin(Pi/4); #ημίτονο
```
$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$
```
> cos(Pi/3);#συνημίτονο
```
$$\frac{1}{2}$$
```
> cot(Pi/4);# συνεφαπτόμενη
```
$$1$$
```
> evalf(cot(Pi/8)); #υπολογισμός με συγκεκριμένη ακρίβεια
```
$$2.414213562$$
```
> exp(3*x);#εκθετική συνάρτηση
```
$$\mathbf{e}^{(3\,x)}$$
```
> exp(ln(x)); #εκθετική συνάρτηση
```
$$x$$
```
> abs(x);#απόλυτος τιμή
```
$$|x|$$
```
> abs(3); #απόλυτος τιμή
```
$$3$$

```
> abs(-10); #απόλυτος τιμή
```

$$10$$

```
> ifactor(26442254);#παραγοντοποίηση ακεραίου σε γινόμενο πρώτων παραγόντων
```

$$(2)\ (157)\ (84211)$$

```
> seq(k^3,k=1..25);#υπολογισμός όρων ακολουθίας
```

1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000, 1331, 1728, 2197, 2744, 3375, 4096, 4913, 5832, 6859, 8000, 9261, 10648, 12167, 13824, 15625

```
> W:=3*x^2+5; #εισαγωγή πολυωνύμου
```

$$W := 3\,x^2 + 5$$

```
> subs(x=4,W);#εντολή εύρεσης της τιμής του πολυωνύμου για x=4
```

$$53$$

```
> M:=(58*(u^4+25*x)-78)^4; #εισαγωγή πολυωνύμου δυο μεταβλη-τών
```

$$M := (58\,u^4 + 1450\,x - 78)^4$$

```
> L:=expand(M);#εντολή για εκτέλεση όλων των πράξεων
```

$$L := -4565620800u^8\,x + 4420506250000x^4 + 1131649600u^{12}\,x + 42436860000u^8\,x^2 + 707281000000u^4\,x^3 + 6139972800u^4\,x - 114140520000u^4\,x^2 + 76749660000x^2 - 110096064u^4 + 122799456u^8 - 60874944u^{12} - 951171000000x^3 + 11316496u^{16} + 37015056 - 2752401600x$$

```
> factor(L);#εντολή παραγοντοποίησης
```

$$16\,(29\,u^4 + 725\,x - 39)^4$$

```
> B:=(x^2+5*x+6)/(x^2-5*x+6); #εισαγωγή ρητής συνάρτησης
```

$$B := \frac{x^2 + 5\,x + 6}{x^2 - 5\,x + 6}$$

```
> numer(B);#απομόνωση αριθμητού κλάσματος
```

$$x^2 + 5\,x + 6$$

```
> denom(B); #απομόνωση παρονομαστού κλάσματος
```

$$x^2 - 5\,x + 6$$

```
> factor(numer(B));#παραγοντοποίηση πολυωνύμου
```

$$(x+3)(x+2)$$

```
> factor(denom(B)); #παραγοντοποίηση πολυωνύμου
```

$$(x-2)(x-3)$$

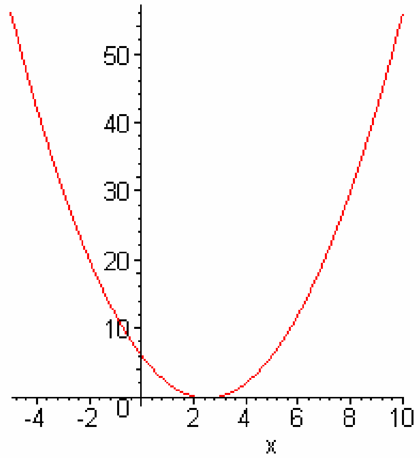
```
> K:=1/(x+6)+4/(x-8); #εισαγωγή πολυωνυμικής συνάρτησης
```

$$K := \frac{1}{x+6} + \frac{4}{x-8}$$

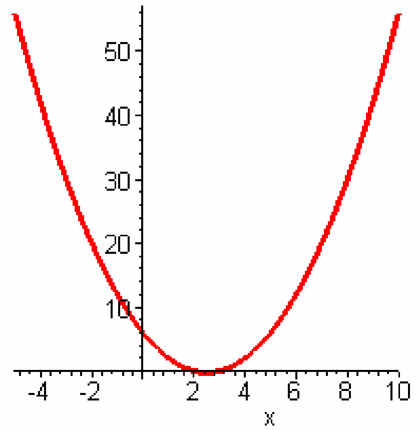
```
> simplify(K);#απλοποίηση πολυωνύμου
```

$$\frac{5\,x+16}{(x+6)\,(x-8)}$$

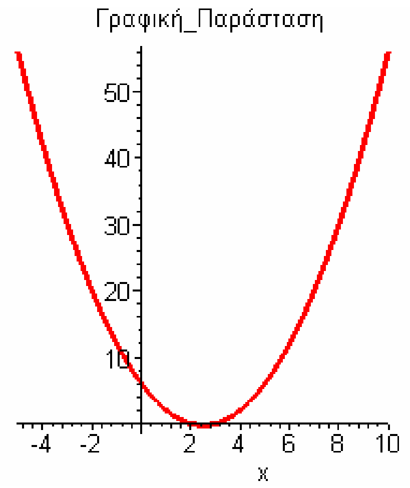
```
> restart;
> with(plots):
> plot(x^2-5*x+6,x=-5..10); #χάραξη γραφικής παράστασης
```



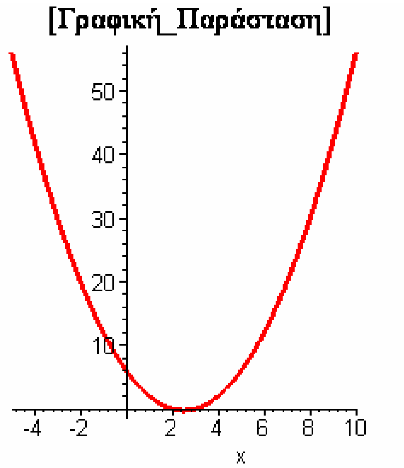

```
> #Με την παρακάτω επιλογή thickness=3 βελτιώνουμε την εμφά-
νιση της γραφικής παράστασης
> plot(x^2-5*x+6,x=-5..10,thickness=3); # αυξάνουμε το πάχος
της καμπύλης
```



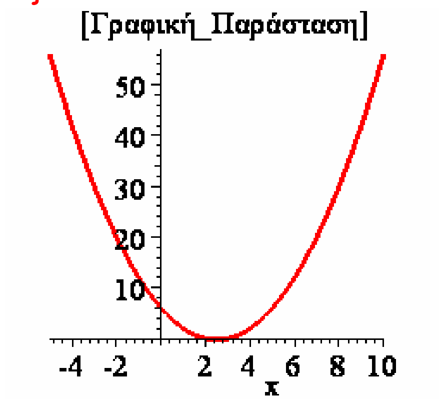

```
> plot(x^2-5*x+6,x=-5..10,thickness=3,title= [Γραφική_ Παρά-
σταση]); # Εισάγουμε τίτλο
```



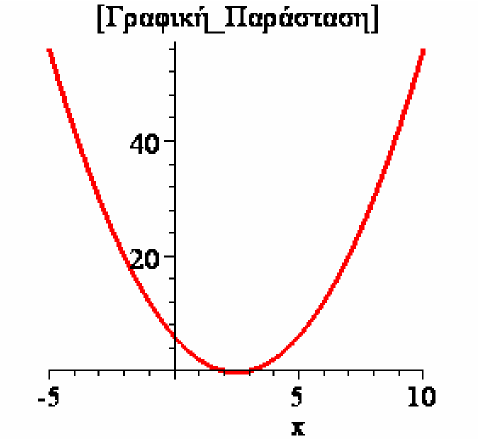

```
> plot(x^2-5*x+6,x=-5..10,thickness=3,title=[Γραφική_ Παρά-
σταση],titlefont=[TIMES,ROMAN,14]); # Αυξάνουμε το μέγεθος
της γραμματοσειράς του τίτλου
```



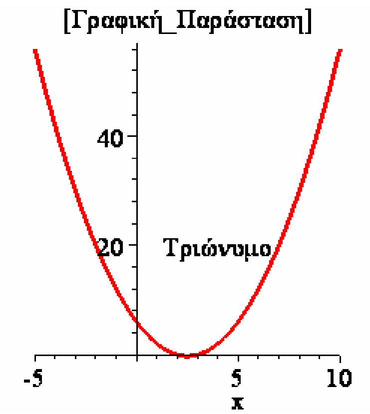

```
> plot(x^2-5*x+6,x=-
5..10,thickness=3,title=[Γραφική_Παράσταση],titlefont=[TIMES,
ROMAN,14],font=[TIMES,ROMAN,14]); # Αυξάνουμε το μέγεθος της
γραμματοσειράς των αξόνων
```



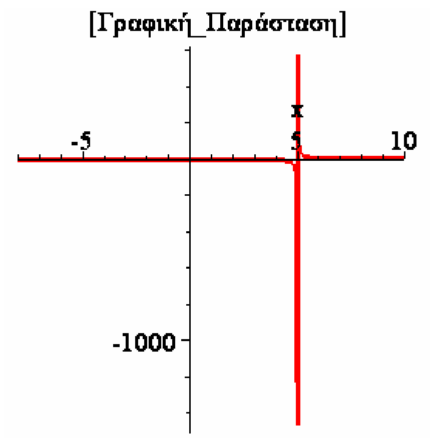

```
> plot(x^2-5*x+6,x=-5..10,thickness=3,title=[Γραφική_ Παρά-
σταση],titlefont=[TIMES,ROMAN,14],font=[TIMES,ROMAN,14],tickm
arks=[3,3]); # Μεταβάλουμε το πλήθος των υποδιαιρέσεων των
αξόνων
>
```



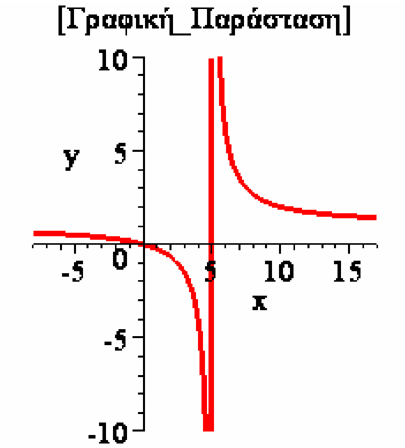

```
> # Με την εντολή textplot μπορούμε να προσθέσουμε κείμενο σε οποιοδήποτε σημείο της γραφικής παράστασης. Η Εισαγωγή αυτή γίνεται με τις εντολές textplot και display.
> t1:=textplot([4,20,`Τριώνυμο`]):
> p1:=plot(x^2-5*x+6,x=-5..10,thickness=3,title=[Γραφική_ Παράσταση],titlefont=[TIMES,ROMAN,14],font=[TIMES,ROMAN,14],tickmarks=[3,3]):
> display(p1,t1);
```




```
> #Γραφική παράσταση που περιέχει σημείο απειρισμού
> plot(x/(x-5),x=-8..10,thickness=3,title=[Γραφική_
Παράσταση],titlefont=[TIMES,ROMAN,14],font=[TIMES,ROMAN,14],tickmarks=[3,3]);
```

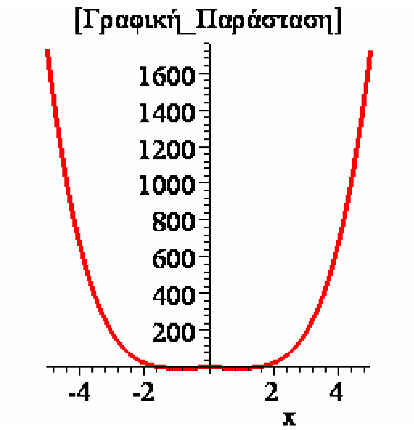


```
> #Βελτίωση της γραφικής παράστασης με επιλογή κλίμακας στον άξονα OY
> plot(x/(x-5),x=-8..17,y=-10..10,thickness=3,title=[Γραφική_Παράσταση],titlefont=[TIMES,ROMAN,14],font= [TIMES,ROMAN,14],tickmarks=[4,4]);
```

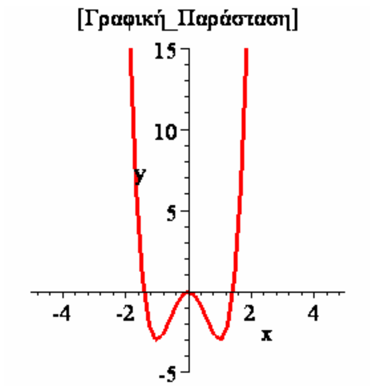


> **#Γραφική παράσταση της** $3\,x^4-6\,x^2$ όπου ο όρος x^4 υπερισχύει για x>1 του όρου x^2 και γι' αυτό δεν γίνεται αντιληπτό η συμπεριφορά της γραφικής παράστασης για -1<x<1

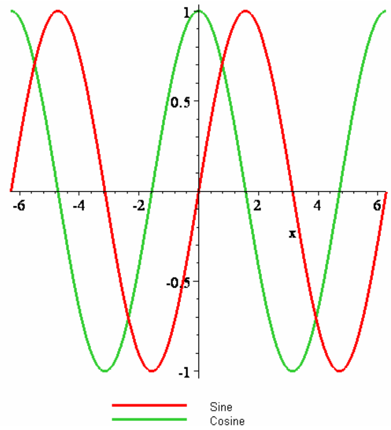
```
> plot(3*x^4-6*x^2,x=-5..5,thickness=3,title=[Γραφική_ Παράσταση],titlefont=[TIMES,ROMAN,14],font=[TIMES,ROMAN,14],tickmarks=[4,5]);
```



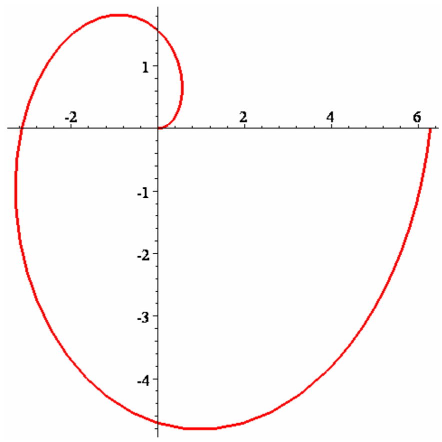

```
> # Εισάγωντας την επιλογή y=-5..15 η γραφική παράσταση αναδεικνύει τις διακυμάνσεις για -1<x<1

> plot(3*x^4-6*x^2,x=-5..5,y=-5..15,thickness=3,title= [Γραφική_Παράσταση], titlefont= [TIMES,ROMAN,14],font=[TIMES,ROMAN,14],tickmarks=[4,4]);
```



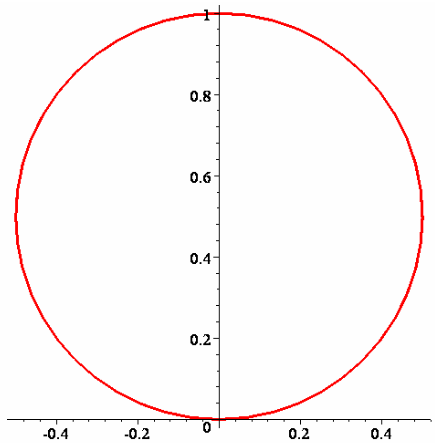

```
> # Χάραξη δυο γραφικών παραστάσεων στους ίδιους άξονες, χρη-
σιμοποιώντας και λεζάντα.
> plot([sin(x),cos(x)],x=-2*Pi..2*Pi,thickness=3,font=
[TIMES,ROMAN,14],legend=["Sine", "Cosine"]);
```



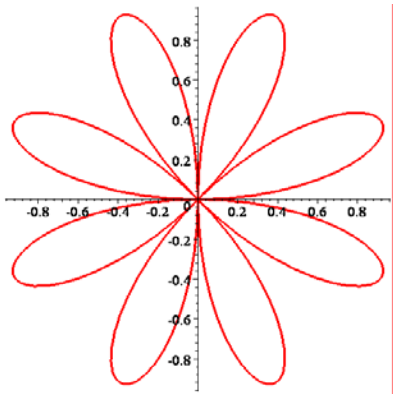

```
> #Σχεδίαση γραφικής παράστασης της συνάρτησης r=θ σε πολικές
συνταταγμένες
> polarplot(theta,theta=0..2*Pi,thickness=3, font=[TIMES, RO-
MAN,14] );
```



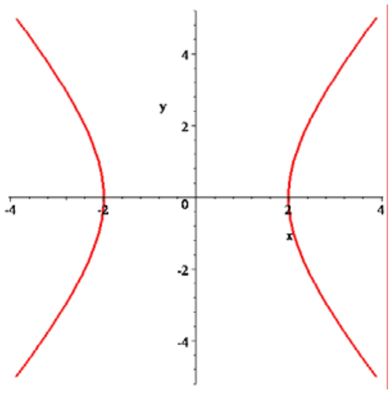

```
> polarplot(sin(theta),theta=0..2*Pi,thickness=3, font=
[TIMES,ROMAN,14] );
```



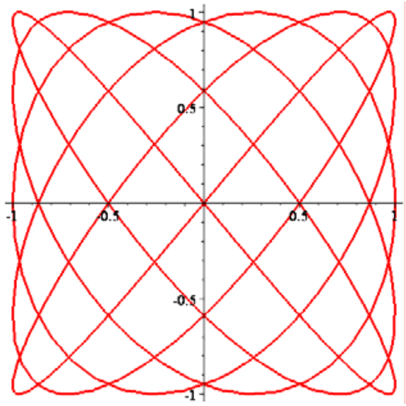

```
> polarplot(sin(4*theta),theta=0..2*Pi,thickness=3, font=
[TIMES,ROMAN,14] );
```



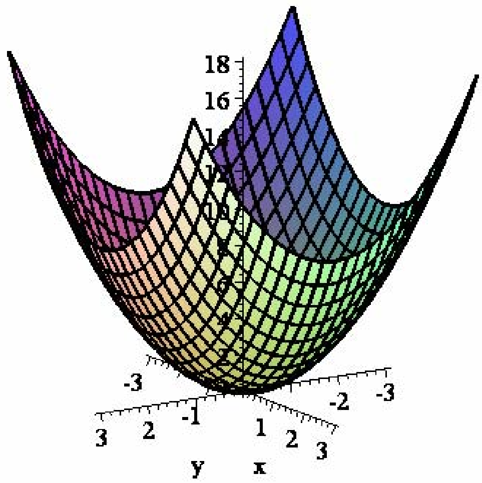

```
> #Γραφική παράσταση πεπλεγμένης συνάρτησης
> implicitplot(x^2/4-y^2/9=1,x=-5..5,y=-5..5,thickness=3,
font= [TIMES,ROMAN,14]);
```



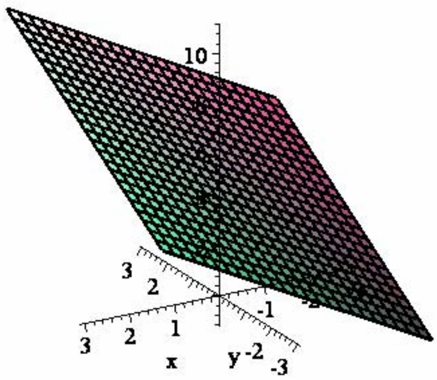

```
> # Γραφική παράσταση συνάρτησης σε παραμετρική μορφή:
x=x(t), y=y(t)
>plot([sin(5*t),sin(6*t),t=0..2*Pi],thickness=3,font=[TIMES,R
OMAN,14]);
```



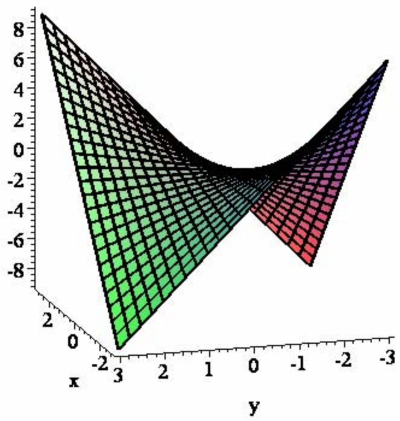

```
> # Γραφική παράσταση συνάρτησης δυο μεταβλητών z=f(x,y) στο χώρο
> plot3d(x^2+y^2,x=-3..3,y=-3..3,thickness=3,font=[TIMES,
ROMAN,14],axes=normal);# Παραβολοειδές
```




```
> plot3d(x+y+5,x=-3..3,y=-3..3,thickness=3,font=[TIMES,ROMAN,
14],axes=normal);# επίπεδο
```




```
> plot3d(x*y,x=-3..3,y=-3..3,thickness=3,font=[TIMES, RO-
MAN,14],axes=frame);#Υπερβολοειδές, σαγματική επιφάνεια
```




```
> restart;#επανεκκίνηση προγράμματος
> with(VectorCalculus):εισαγωγή του πακέτου της διανυσματικής
ανάλυσης
> SetCoordinates(cartesian[x,y,z]);#εισαγωγή καρτεσιανών συ-
ντεταγμένων
```

$$cartesian_{x,y,z}$$

```
> A:=VectorField(<A1,A2,A3>);#εισαγωγή διανυσματικού πεδίου
```

$$A := A1\,\overline{\mathbf{e}}_{\mathbf{x}} + A2\,\overline{\mathbf{e}}_{\mathbf{y}} + A3\,\overline{\mathbf{e}}_{\mathbf{z}}$$

```
> B:=VectorField(<B1,B2,B3>);#εισαγωγή διανυσματικού πεδίου
```

$$B := B1\,\overline{e}_{x} + B2\,\overline{e}_{y} + B3\,\overline{e}_{z}$$

```
> A+B;#πρόσθεση διανυσματικών πεδίων
```

$$(A1 + B1)\,\overline{e}_{x} + (A2 + B2)\,\overline{e}_{y} + (A3 + B3)\,\overline{e}_{z}$$

```
> DotProduct(A,B);#εσωτερικό γινόμενο διανυσματικών πεδίων
```

$$A1\,B1 + A2\,B2 + A3\,B3$$

```
> CrossProduct(A,B); #εξωτερικό γινόμενο διανυσματικών πεδίων
```

$$(A2\,B3 - A3\,B2)\,\overline{e}_{x} + (A3\,B1 - A1\,B3)\,\overline{e}_{y} + (A1\,B2 - A2\,B1)\,\overline{e}_{z}$$

```
> C:=VectorField(<x^2,5*x+6,x^3-2>);#εισαγωγή διανυσματικού
πεδίου
```

$$C := x^2\,\overline{e}_{x} + (5\,x + 6)\,\overline{e}_{y} + (x^3 - 2)\,\overline{e}_{z}$$

```
> Divergence(C);#απόκλιση διανυσματικού πεδίου
```

$$2\,x$$

```
> Curl(C);#στροβιλισμός διανυσματικού πεδίου
```

$$-3\,x^2\,\overline{e}_{y} + 5\,\overline{e}_{z}$$

```
> SetCoordinates(spherical[r,phi,theta]);#εισαγωγή σφαιρικών
συντεταγμένων
```

$$spherical_{r,\,\phi,\,\theta}$$

```
> F:=VectorField(<x^2,5*x+6,x^3-2>);#εισαγωγή διανυσματικού
πεδίου σε σφαιρικές συντεταγμένες.
```

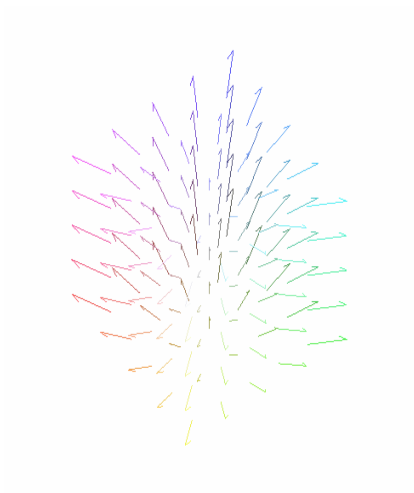
$$F := x^2\,\overline{e}_{r} + (5\,x + 6)\,\overline{e}_{\phi} + (x^3 - 2)\,\overline{e}_{\theta}$$

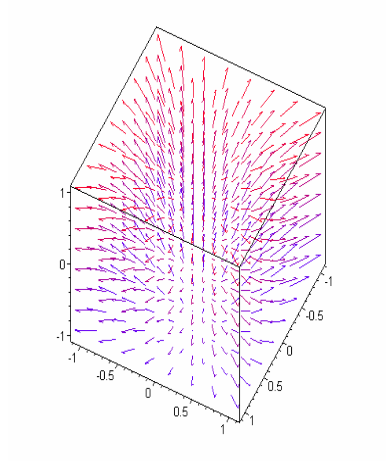
```
> Curl(F);#στροβιλισμός διανυσματικού πεδίου σε σφαιρικές συ-
ντεταγμένες
```

$$\frac{\cos(\phi)\,(x^3 - 2)}{r\,\sin(\phi)}\,\overline{e}_{r} - \frac{x^3 - 2}{r}\,\overline{e}_{\phi} + \frac{5\,x + 6}{r}\,\overline{e}_{\theta}$$

```
> with(plots): #εισαγωγή ειδικού σχεδιαστικού πακέτου
fieldplot3d([2*x,2*y,1],x=-1..1,y=-1..1,z=-
1..1,grid=[5,5,5]);
```

```
fieldplot3d([(x,y,z)->2*x,(x,y,z)->2*y,(x,y,z)->1],-1..1,-
1..1,-1..1);
#Σχεδίαση διανυσματικών πεδίων με άξονες και χωρίς άξονες
```





```
> restart;#επανεκκίνηση προγράμματος
> with(student):#εισαγωγή ειδικού πακέτου υπολογισμών
> Diff(x^2+3*x,x)=diff(x^2+3*x,x);# παραγώγιση συνάρτησης
```

$$\frac{d}{dx}(x^2+3\,x)=2\,x+3$$

```
>Int(25*exp(x)+10*cos(x),x=0..Pi)=int(25*exp(x)+10*cos(x),x=0
..Pi); # υπολογισμός ορισμένου ολοκληρώματος
```

$$\int_0^{\pi} 25\,e^x+10\cos(x)\,dx=-25+25\,e^{\pi}$$

Γραφική παράσταση καμπύλης στο χώρο.

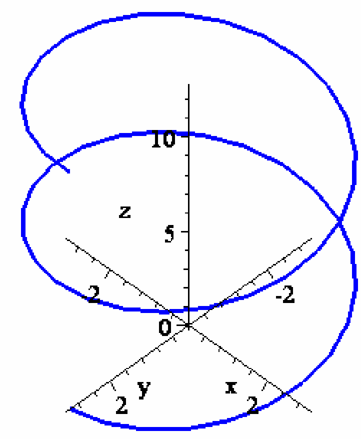
```
> restart;
> with(plots):
> x:=3*cos(t);y:=3*sin(t);z:=t;Παραμετρικές εξισώσεις της ορ-
θής κυκλικής έλικας με ακτίνα βάσεως 3 και βήμα 1
```

$$x := 3\cos(t)$$

$$y := 3\sin(t)$$

$$z := t$$

```
>spacecurve([x,y,z],t=0..4*Pi,thickness=3,axes=normal,tickmar
ks=[4,4,3],labels=['x','y','z'],font=[TIMES,ROMAN,14],color=b
lue);
```



Υπολογισμός της βάθμωσης ενός βαθμωτού πεδίου

```
> restart;
> with(VectorCalculus):
> SetCoordinates( cartesian[x,y,z]);
```

$$cartesian_{x,\,y,\,z}$$

```
> f:=1/sqrt(x^2+y^2+z^2);
```

$$f := \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

```
> Gradient(f,[x,y,z]);
```

$$-\frac{x}{(x^2+y^2+z^2)^{(3/2)}}\,\bar{e}_{\mathbf{x}} - \frac{y}{(x^2+y^2+z^2)^{(3/2)}}\,\bar{e}_{\mathbf{y}} - \frac{z}{(x^2+y^2+z^2)^{(3/2)}}\,\bar{e}_{\mathbf{z}}$$

Υπολογισμός της απόκλισης ενός διανυσματικού πεδίου

```
> F:=VectorField(<x^2+y*z,z*x*y^3,z^2*y>);
```

$$F := (x^2+y\,z)\,\bar{e}_{\mathbf{x}} + z\,x\,y^3\,\bar{e}_{\mathbf{y}} + z^2\,y\,\bar{e}_{\mathbf{z}}$$

```
> Divergence(F);
```

$$2\,x + 3\,z\,x\,y^2 + 2\,y\,z$$

Υπολογισμός του στροβιλισμού ενός διανυσματικού πεδίου

```
> Curl(F);
```

$$(z^2 - x\,y^3)\,\bar{e}_{\mathbf{x}} + y\,\bar{e}_{\mathbf{y}} + (z\,y^3 - z)\,\bar{e}_{\mathbf{z}}$$

```
Κατευθύνουσα παράγωγος ενός βαθμωτού πεδίου f=βαθμωτό πεδίο, point=[x0,y0,z0] σημείο του πεδίου ορισμού του βαθμωτού πεδί-ου, <u1,u2,u3>=διάνυσμα που δηλώνει την κατεύθυνση, [x,y,z]= ορισμός του συστήματος συντεταγμένων
> restart;
> with(VectorCalculus):
> DirectionalDiff(f(x,y,z),<u1,u2,u3>,[x,y,z]); # γενική έκ-φραση της κατευθύνουσας παραγώγου.
```

$$\frac{\left(\frac{\partial}{\partial x}\mathrm{f}(x,y,z)\right)u1}{\sqrt{u1^2+u2^2+u3^2}}+\frac{\left(\frac{\partial}{\partial y}\mathrm{f}(x,y,z)\right)u2}{\sqrt{u1^2+u2^2+u3^2}}+\frac{\left(\frac{\partial}{\partial z}\mathrm{f}(x,y,z)\right)u3}{\sqrt{u1^2+u2^2+u3^2}}$$

Εφαρμογή για $f=x^2+yz+xz^2$, u=(1,-3,4) και για το σημείο [1,2,3]

```
> f(x,y,z):=x^2+y*z+x*z^2;
```

$$\mathrm{f}(x,y,z):=x^2+yz+xz^2$$

```
> DirectionalDiff(f(x,y,z),point=[1,2,3],<1,-3,4>,[x,y,z]);
```

$$\frac{17\sqrt{26}}{13}$$

Υπολογισμός επικαμπυλίου ολοκληρώματος βαθμωτού πεδίου

```
> restart;
> with(VectorCalculus):
> with(student):
> f:=x*y*z/sqrt(1+4*y+9*x*z);
```

$$f:=\frac{xyz}{\sqrt{1+4y+9xz}}$$

```
> A:=Lineint(f,x=t,y=t^2,z=t^3,t=0..1);
```

$$A:=\int_0^1 \frac{t^6\sqrt{\left(\frac{d}{dt}t\right)^2+\left(\frac{d}{dt}(t^2)\right)^2+\left(\frac{d}{dt}(t^3)\right)^2}}{\sqrt{1+4t^2+9t^4}}\,dt$$

```
> B:=value(%);
```

$$B:=\frac{1}{7}$$

```
> A=B;# ενωποίηση των δυο παραπάνω εντολών.
```

$$\int_0^1 t^6\,dt=\frac{1}{7}$$

Υπολογισμός επικαμπυλίου ολοκληρώματος διανυσματικού πεδίου

```
> restart;
> with(VectorCalculus):
> with(student):
> SetCoordinates(cartesian[x,y,z]);
```

>

$$cartesian_{x,\,y,\,z}$$

```
> F:=VectorField(<2*y,z,x>);
```

$$F := 2\,y\,\bar{e}_{\mathbf{x}} + z\,\bar{e}_{\mathbf{y}} + x\,\bar{e}_{\mathbf{z}}$$

```
> LineInt( F, Path( <t,t^2,t>, t=0..2 ) );
>
```

$$\frac{38}{3}$$

Υπολογισμός διπλού ολοκληρώματος σε ορθογώνια περιοχή

```
> restart;
> with(VectorCalculus):
> with(student):

> f:=x+exp(y);
```

$$f := x + e^{y}$$

```
> A:=Doubleint(f,x=-1..2,y=3..4)=;
```

$$A := \int_{3}^{4}\int_{-1}^{2} x + e^{y}\,dx\,dy$$

```
> B:=value(A);
```

$$B := \frac{3}{2} - 3\,e^{3} + 3\,e^{4}$$

```
> A=B;
```

$$\int_{3}^{4}\int_{-1}^{2} x + e^{y}\,dx\,dy = \frac{3}{2} - 3\,e^{3} + 3\,e^{4}$$

Υπολογισμός διπλού ολοκληρώματος σε μη ορθογώνια περιοχή

```
> restart;
> with(VectorCalculus):
> with(student):

> g:=y*x^2+y^2;
```

$$g := y\,x^{2} + y^{2}$$

```
> A:=Doubleint(f,y=2*x..4*x,x=1..3);
```

$$A := \int_{1}^{3}\int_{2\,x}^{4\,x} x + e^{y}\,dy\,dx$$

```
> B:=value(A);
```

$$B := \frac{52}{3} + \frac{1}{2}\,e^{2} - \frac{1}{4}\,e^{4} - \frac{1}{2}\,e^{6} + \frac{1}{4}\,e^{12}$$

```
> A=B;
```

$$\int_{1}^{3}\int_{2x}^{4x} x+e^{y}\,dy\,dx=\frac{52}{3}+\frac{1}{2}e^{2}-\frac{1}{4}e^{4}-\frac{1}{2}e^{6}+\frac{1}{4}e^{12}$$

Υπολογισμός τριπλού ολοκληρώματος σε ορθογώνια περιοχή

```
> A:=Tripleint(x^2+y^2+z^2,x=0..2,y=0..4,z=0..3);
```

$$A:=\int_{0}^{3}\int_{0}^{4}\int_{0}^{2} x^{2}+y^{2}+z^{2}\,dx\,dy\,dz$$

```
> value(A);#υπολογισμός της τιμής του ολοκληρώματος
```

$$232$$

```
> A:=Tripleint(x^2+y^2+z^2,x=0..2,y=0..4,z=0..3)=value(A);
```

$$A:=\int_{0}^{3}\int_{0}^{4}\int_{0}^{2} x^{2}+y^{2}+z^{2}\,dx\,dy\,dz=232$$

Υπολογισμός του όγκου μιας σφαίρας ακτίνας R

```
> restart;
> with(VectorCalculus):with(student):
> A:=Tripleint(1,z=-sqrt(R^2-x^2-y^2)..sqrt(R^2-x^2-y^2),y=-
sqrt(R^2-x^2)...sqrt(R^2-x^2),x=-R..R);
```

$$A:=\int_{-R}^{R}\int_{-\sqrt{R^{2}-x^{2}}}^{\sqrt{R^{2}-x^{2}}}\int_{-\sqrt{R^{2}-x^{2}-y^{2}}}^{\sqrt{R^{2}-x^{2}-y^{2}}} 1\,dz\,dy\,dx$$

```
> B:=value(%);
```

$$B:=\frac{4\pi R^{3}}{3}$$

```
> A=B;
```

$$\int_{-R}^{R}\int_{-\sqrt{R^{2}-x^{2}}}^{\sqrt{R^{2}-x^{2}}}\int_{-\sqrt{R^{2}-x^{2}-y^{2}}}^{\sqrt{R^{2}-x^{2}-y^{2}}} 1\,dz\,dy\,dx=\frac{4\pi R^{3}}{3}$$

Υπολογισμός επιφανειακού ολοκληρώματος

```
> restart;
> with(VectorCalculus):
```

Η παρακάτω εντολή υπολογίζει το επιφανειακό ολοκλήρωμα της συνάρτησης f=x+y+z πάνω στην επιφάνεια S που ορίζεται παραμετρικά από τις παραμετρικές εξισώσεις: x=x(s,t)=s, y=y(s,t)=t, z=z(s,t)=4-2s-t όπου οι παράμετροι s,t βρίσκονται στο εσωτερικό του τριγώνου με κορυφές τα σημεία (0,0), (1,0), (0,1).

```
> A1:=SurfaceInt( x+y+z, [x,y,z] = Surface( <s,t,4-2*s-t>,
[s,t] = Triangle(<0,0>,<1,0>,<0,1>)),inert);
```

$$A1 := \int_0^1 \int_0^{-s+1} (-s+4)\sqrt{6}\; dt\; ds$$

```
> B1:=value(A1);
> A1=B1;
```

$$B1 := \frac{11\sqrt{6}}{6}$$

$$\int_0^1 \int_0^{-s+1} (-s+4)\sqrt{6}\; dt\; ds = \frac{11\sqrt{6}}{6}$$

Υπολογισμός του επιφανειακού ολοκληρώματος της συνάρτησης f=y^2 πάνω στην επιφάνεια της σφαίρας με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνας r.

```
> restart;
> with(VectorCalculus):
> A2:=SurfaceInt( y^2, [x,y,z] = Sphere(<0,0,0>,r),inert );
```

$$A2 := \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} r^4 \sin(\phi)^3 \sin(\theta)^2\; d\phi\; d\theta$$

```
> B2:=value(A2);
```

$$B2 := \frac{4\pi r^4}{3}$$

```
> A2=B2;
```

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} r^4 \sin(\phi)^3 \sin(\theta)^2\; d\phi\; d\theta = \frac{4\pi r^4}{3}$$

Υπολογισμός του επιφανειακού ολοκληρώματος της συνάρτησης f=xyz πάνω στην επιφάνεια του παραλληλεπιπέδου που ορίζεται από τις ανισότητες: 1<x<2, 3<y<4, 5<z<6.

```
> A3:=SurfaceInt( x*y*z, [x,y,z] = Box( 1..2, 3..4, 5..6 ),
'inert' );
```

$$A := \int_5^6 \int_3^4 3\, s\, t\; ds\; dt + \int_5^6 \int_1^2 7\, s\, t\; ds\; dt + \int_3^4 \int_1^2 11\, s\, t\; ds\; dt$$

```
> B3:=SurfaceInt( x*y*z, [x,y,z] = Box( 1..2, 3..4, 5..6 ) );
```

$$B := \frac{693}{4}$$

```
> A3=B3;
```

$$\int_5^6 \int_3^4 3\, s\, t\; ds\; dt + \int_5^6 \int_1^2 7\, s\, t\; ds\; dt + \int_3^4 \int_1^2 11\, s\, t\; ds\; dt = \frac{693}{4}$$