

**ΕΞΕΤΑΣΤΕΑ ΥΛΗ**  
**ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ – ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**  
**2015-16**

**Α) ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ**

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ Ι**

**ΑΛΓΕΒΡΑ ΤΩΝ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ**

	<b>1</b>
1.1 Γενικά	1
1.2 Διανυσματική Πρόσθεση	3
1.3 Βαθμωτός πολλαπλασιασμός	3
1.4 Ισότητα διανυσμάτων	4
1.5 Εσωτερικό γινόμενο δυο διανυσμάτων	5
1.6 Εξωτερικό γινόμενο δυο διανυσμάτων	7
1.7 Γιατί η πράξη της διαίρεσης δεν ορίζεται στον χώρο των διανυσμάτων	8
1.8 Τριπλά γινόμενα	9
1.9 Ελεύθερα, εφαρμοστά και ολισθαίνοντα διανύσματα	10
1.10 Εφαρμογές	13
Ασκήσεις	20

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙ**

**ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ**

	<b>23</b>
2.1 Γενικά	23
2.2 Όριο διανυσματικής συνάρτησης	25
2.3 Συνέχεια διανυσματικής συνάρτησης	26
2.4 Παράγωγος διανυσματικής συνάρτησης	26
2.5 Ολοκληρώματα διανυσματικής συνάρτησης	30
2.6 Εφαρμογές	32
Ασκήσεις	38

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙΙ**

**ΒΑΘΜΩΤΑ ΠΕΔΙΑ - ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΥΣΑ ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ - ΒΑΘΜΩΣΗ**

	<b>41</b>
3.1 Γενικά	41
3.2 Όριο βαθμωτού πεδίου	42
3.3 Συνέχεια βαθμωτού πεδίου	43
3.4 Μερική συνέχεια ενός βαθμωτού πεδίου	44
3.5 Μερικές παράγωγοι βαθμωτού πεδίου	44
3.6 Μερικές παράγωγοι 2ης τάξης	46
3.7 Κατευθύνουσα παράγωγος	48
3.8 Ιδιότητες της βάθμωσης $\nabla f$	51
3.9 Γραφική παράσταση βαθμωτού πεδίου	57
<b>OXI</b> 3.10 Μια άλλη προσέγγιση της έννοιας της κατευθύνουσας παραγώγου	57
3.11 Εφαρμογές	63
Ασκήσεις	68

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙV**

**ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ - ΑΠΟΚΛΙΣΗ - ΣΤΡΟΒΙΛΙΣΜΟΣ**

	<b>71</b>
4.1 Γενικά	71

4.2 Κατευθύνουσα παράγωγος του διανυσματικού πεδίου $F$	74
4.3 Φυσική σημασία της Απόκλισης και του Στροβιλισμού ενός διανυσματικού πεδίου	78
4.4 Συναρτήσεις Δυναμικού	82
4.5 Κατασκευή Διανυσματικού πεδίου από την περιστροφή του	87
4.6 Πίνακας Διανυσματικών ταυτοτήτων που περιέχουν $\nabla$	87
4.7 Εφαρμογές	88
Ασκήσεις	93
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ V</b>	
<b>ΕΠΙΚΑΜΠΥΛΙΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ</b>	<b>95</b>
5.1 Γενικά	95
5.2 Επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\alpha$ είδους	95
5.3 Ιδιότητες του επικαμπυλίου ολοκληρώματος $\alpha$ είδους	97
5.4 Εφαρμογές των επικαμπυλίων ολοκληρωμάτων $\alpha$ είδους	100
5.5 Επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\beta$ είδους	103
5.6 Ροή και Κυκλοφορία ενός διανυσματικού πεδίου	107
5.7 Εφαρμογές του επικαμπυλίου ολοκληρώματος $\beta$ είδους	107
5.8 Επικαμπυλια ολοκληρώματα άλλων μορφών	110
5.9 Εφαρμογές	111
Ασκήσεις	113
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ VI</b>	
<b>ΔΙΠΛΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ</b>	<b>115</b>
6.1 Γενικά	115
6.2 Ιδιότητες των διπλών ολοκληρωμάτων	117
6.3 Υπολογισμός των διπλών ολοκληρωμάτων σε ορθογώνιες περιοχές	117
6.4 Υπολογισμός των διπλών ολοκληρωμάτων σε πιο γενικές περιοχές	119
6.5 Μετασχηματισμοί των διπλών ολοκληρωμάτων	127
6.6 Εφαρμογές του τύπου μετασχηματισμού	130
6.7 Εφαρμογές	132
Ασκήσεις	134
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ VII</b>	
<b>ΤΡΙΠΛΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ</b>	<b>137</b>
7.1 Γενικά	137
7.2 Ορισμός του τριπλού ολοκληρώματος	137
7.3 Εφαρμογές των τριπλών ολοκληρωμάτων	144
Ασκήσεις	148
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ VIII</b>	
<b>ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ</b>	<b>149</b>
8.1 Γενικά	149
8.2 Η έννοια της επιφάνειας	149
8.3 Παραμετρικοποίηση μιας Επιφάνειας	151
8.4 Παραμετρικές εξισώσεις μιας επιφάνειας	155
8.5 Καμπύλες σε μια επιφάνεια	156
8.6 Εφαπτόμενο επίπεδο σ' ένα σημείο μιας επιφάνειας	157
8.7 Επιφανειακά ολοκληρώματα	159
8.8 Έκφραση του διαφορικού $dS$	160
8.9 Αναγωγή του επιφανειακού ολοκληρώματος σε διπλό	163
8.10 Αλλαγή της παραμετρικής παράστασης μιας επιφάνειας	167
8.11 Εφαρμογές του επιφανειακού ολοκληρώματος $\alpha$ είδους	168

8.12	Επιφανειακό ολοκλήρωμα β είδους	170
8.13	Μονόπλευρες και δίπλευρες επιφάνειες	170
8.14	Ορισμός του επιφανειακού ολοκληρώματος β είδους	173
8.15	Επιφανειακό ολοκλήρωμα διανυσματικού πεδίου	175
	Ασκήσεις	177
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΧ</b>		
<b>ΤΑ ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ GREEN , STOKES ΚΑΙ GAUSS</b>		<b>181</b>
9.1	Γενικά	181
9.2	Το θεώρημα του Green	181
9.3	Άλλες μορφές του θεωρήματος του Green	187
9.4	Το θεώρημα του Stokes	189
9.5	Φυσική σημασία του θεωρήματος του Stokes	191
9.6	Το θεώρημα του Gauss ή της απόκλισης	192
9.7	Φυσική σημασία του θεωρήματος του Gauss	195
9.8	Εφαρμογές των θεωρημάτων Gauss και Stokes	196
9.9	Ολοκληρωτικές μορφές της απόκλισης, του στροβιλισμού και της βάρμωσης	198
	Ασκήσεις	204
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ Χ</b>		
<b>ΜΕΓΙΣΤΑ ΚΑΙ ΕΛΑΧΙΣΤΑ</b>		<b>207</b>
10.1	Γενικά	207
10.2	Μέγιστα, ελάχιστα και σαγματικά σημεία	207
10.3	Ακρότατα υπό συνθήκες - Πολλαπλασιαστές του Lagrange	212
	Ασκήσεις	221