

ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΘΕΜΑ 1^ο

Ροή περιγράφεται από τις μεταβλητές Euler $u=ax$, $v=ay$, $w=-2az$. Να διατυπώσετε τις εξισώσεις των ρευματικών γραμμών, γραμμών διελεύσεως και τροχιών.

(2 ΜΟΝΑΔΕΣ)

ΘΕΜΑ 2^ο

Μελετήστε την μόνιμη στρωτή ροή μεταξύ δύο παραλλήλων πλακών (Ροή Couette), θεωρώντας ότι το ρευστό είναι Νευτώνειο, οι επίπεδες πλάκες απέχουν απόσταση h και ότι οι σταθερές θερμοκρασίες της ακίνητης και της κινούμενης πλάκας είναι T_a και T_k , με $T_a > T_k$. (Υπολογίστε την κατανομή της ταχύτητας, την παροχή του ρευστού διαμέσου μιας διατομής πλάτους b , την μέση ταχύτητα καθώς και την κατανομή της θερμοκρασίας και την μέγιστη τιμή της).

Δίνονται οι εξισώσεις:

Εξίσωση συνεχειας σε καρτεσιανή μορφή $\nabla \mathbf{u} = 0$

Εξισώσεις κίνησης σε καρτεσιανή μορφή: $\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla P + \rho \mathbf{F} + \mu \nabla^2 \mathbf{u}$

Εξίσωση ενεργείας για δισδιάστατη, μόνιμη ροή με μηδενική μεταβολή της πίεσεως:

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \mu \Phi, \text{ που } \Phi = 2 \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2$$

(3 ΜΟΝΑΔΕΣ)

ΘΕΜΑ 3^ο

Οι συντεταγμένες της ταχύτητας \mathbf{V} σε ένα πεδίο ροής ασυμπίεστου και ομογενούς ρευστού, είναι:

$$u = -c^2 \frac{y}{r^2}, \quad v = c^2 \frac{x}{r^2} \quad \text{και} \quad w = 0, \quad \text{όπου } c = \text{σταθ. και } r = (x^2 + y^2)^{1/2}.$$

- (i) Εξετάστε εάν η κίνηση αυτή είναι δυνατή.
- (ii) Βρείτε τις ρευματικές γραμμές.
- (iii) Εξετάστε εάν υπάρχει δυναμικό ταχύτητας και αν υπάρχει βρείτε τις επιφάνειες που τέμνουν κάθετα τις ρευματικές γραμμές.

(2 ΜΟΝΑΔΕΣ)

ΘΕΜΑ 4^ο

Ατμός κινείται διαμέσου ενός κανονικού αγωγού του οποίου οι δύο κυκλικές βάσεις έχουν διαμέτρους d και D αντιστοίχως. Εάν u και V είναι οι αντίστοιχες ταχύτητες του ατμού στις διατομές αυτές δείξτε

$$\text{ότι: } \frac{u}{V} = \left(\frac{D}{d} \right) e^{(u^2 - V^2)/2k},$$

όπου k είναι ο λόγος της πίεσεως προς την πυκνότητα και είναι σταθερός.

(Δίνεται ότι η εξίσωση Euler για σταθερή ροή και για μηδενικό πεδίο καθολικών δυνάμεων είναι

$$u \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r}.$$

(2 ΜΟΝΑΔΕΣ)

ΘΕΜΑ 5^ο

Η κίνηση ενός ασυμπίεστου ρευστού γίνεται σε δύο διαστάσεις, π.χ. στο επίπεδο x, y . Αν η ταχύτητα κατά μήκος του άξονα Ox ισούται με $u = Ax$, όπου A σταθερά, πόση είναι η ταχύτητα v κατά μήκος του άξονα Oy ;

(1 ΜΟΝΑΔΑ)