

Αστροφυσική ΙΙ- Εαρινό εξάμηνο 2010 (Ε. Χριστοπούλου)

1^η Ομάδα ασκήσεων

- Ένας αστέρας Ο8 κύριας ακολουθίας έχει φωτεινότητα $17\,0000 L_{\odot}$ και μάζα $23 M_{\odot}$. Εάν ο χρόνος ζωής του Ήλιου στην κύρια ακολουθία είναι 10 δις έτη, υπολογίστε προσεγγιστικά ποιος είναι ο χρόνος ζωής του Ο8. Ένας νάνος αστέρας Μ8 έχει φωτεινότητα $0.0012 L_{\odot}$ και μάζα $0.06 M_{\odot}$. Ποιός είναι ο χρόνος ζωής του; Εάν ο αστέρας Ο8 έχει ενεργό θερμοκρασία 35000 K και ο Μ8 2600 K , υπολογίστε την ακτίνα τους (σε R_{\odot}). Υπολογίστε τις κεντρικές πιέσεις και τις κεντρικές θερμοκρασίες αυτών των αστέρων.
- Θεωρείστε ένα μεγάλο μοριακό νέφος μάζας $10^4 M_{\odot}$ με πυκνότητα $n_{\text{H}_2} = 5 \times 10^9\text{ m}^{-3}$ σε θερμοκρασία 200 K . Μέσα σε αυτό το νέφος, υπάρχει ένας πυκνός πυρήνας μάζας $5 M_{\odot}$ σε θερμοκρασία 10 K . Υποθέτοντας ότι ο πυρήνας έχει σταθερή πυκνότητα, έχει σφαιρικό σχήμα, και βρίσκεται σε υδροστατική ισορροπία μέσα στο νέφος, να υπολογίσετε την πυκνότητα (σε m^{-3}) και την ακτίνα (σε pc) του πυρήνα.
Ο πυρήνας θα καταρρεύσει εάν η ολική βαρυτική ενέργεια είναι μεγαλύτερη από τη θερμική ενέργεια
$$GM^2/R > MkT/\mu m_{\text{H}}$$
όπου η μέση μοριακή μάζα του H_2 είναι $\mu=2$. Θα καταρρεύσει αυτός ο πυρήνας;
Για το νέφος των 10 K με την παραπάνω πυκνότητα, ποια είναι η ελάχιστη μάζα προκειμένου να καταρρεύσει; (σε M_{\odot});
Υποθέτοντας ότι δε μπορεί να καταρρεύσει γρηγορότερα από τον χρόνο ελεύθερης πτώσης, ποιο είναι ο ελάχιστος χρόνος σε έτη που χρειάζεται (υποθέτοντας ότι καταρρέει με τον ίδιο ρυθμό);
- Υπάρχει όριο για το πόσο φωτεινός μπορεί να είναι ένας αστέρας; Θεωρείστε έναν πολύ φωτεινό αστέρα Στην φωτόσφαιρά του, η πίεση θα κυριαρχείται από την πίεση ακτινοβολίας $P = 4\sigma/3c T^4 \sim F_{\text{rad}}/c$ (η οποία είναι η ορμή που μεταφέρεται μέσα από το στρώμα της φωτόσφαιρας) και F_{rad} είναι η ροή που ακτινοβολείται). Χρησιμοποιώντας την εξίσωση διάδοσης ακτινοβολίας
$$dF = -\kappa \rho F dr$$
 δείξτε ότι η πίεση ακτινοβολίας δίνεται από τη σχέση
$$dP_{\text{rad}} / dr = -\kappa \rho / c L / 4\pi r^2.$$

Εάν αυτή η πίεση ακτινοβολίας είναι μεγαλύτερη από τη συνθήκη της υδροστατικής ισορροπίας

$$dP/dr = -GM\rho / r^2$$

τότε η φωτόσφαιρα θα διαλυθεί από την πίεση ακτινοβολίας. Δείξτε ότι η μέγιστη φωτεινότητα που μπορεί να έχει ένας αστέρας δίνεται από τη φωτεινότητα Eddington

$$L_{Ed} = 4\pi GMc / \kappa$$

προς τιμή του σημαντικού αστροφυσικού Sir Arthur Eddington . Αυτό το όριο φωτεινότητας συναντάται σε διάφορα πεδία της αστροφυσικής, όπως στα τελευταία στάδια της αστρικής εξέλιξης, τους καινοφανείς, τα quasars, και τους δίσκους επαύξησης ύλης.

Στους μεγάλης μάζας αστέρες, η αδιαφάνεια της φωτόσφαιρας οφείλεται στη σκέδαση των ηλεκτρονίων

$$\kappa = \sigma_T / m_H \sim 0.04 \text{ m}^2/\text{kg}.$$

Ποιά είναι η φωτεινότητα ενός αστέρα $90 M_{\odot}$ που βρίσκεται στο άνω άκρο της κύριας ακολουθίας;

4. Χρησιμοποιώντας την εξίσωση υδροστατικής ισορροπίας

$$dP/dr = -GM\rho / r^2$$

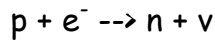
και την εξίσωση συνέχειας μάζας $dM / dr = 4 \pi r^2 \rho$ να εξαγάγετε μία σχέση για την dP/dM κι άρα να εξετάσετε πως εξαρτάται η P από M και R : $P \sim M^a/R^b$; όπου a και b είναι αριθμοί που θα καθοριστούν από τα όρια. Θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε το όριο $dP/dM \rightarrow P/M$.

Εάν η εξίσωση του εκφυλισμένου αερίου είναι $P \sim \rho^\gamma$ όπου $\gamma=5/3$ και

$M \sim \rho R^3$, να εξαγάγετε την σχέση μάζας-ακτίνας για την εκφυλισμένη ύλη. Διερευνήστε το αποτέλεσμα για $\gamma=4/3$ και $\gamma=2, 1$ και 3

5. Υποθέτοντας ότι κάθε σύντηξη τεσσάρων πρωτονίων στον Ήλιο για να παραχθεί ένας πυρήνας He παράγει 2 νετρίνα, χρησιμοποιήστε την παρατηρούμενη φωτεινότητα του Ήλιου και την ενέργεια που παράγεται από τη σύντηξη pp , για να υπολογίσετε τον αριθμό συντήξεων ανά δευτερόλεπτο κι άρα να υπολογίσετε τον αριθμό των παραγόμενων νετρίνων στον Ήλιο ανά δευτερόλεπτο. Ποιά είναι η συνολική ροή νετρίνων που φτάνουν στη Γη ; (νετρίνα/sec/m²). Εάν ένα ηλιακό νετρίνο αλληλεπιδρά με το ανθρώπινο σώμα καθόλη την διάρκεια της ζωής μας, υπολογίστε τον συνολικό αριθμό των νετρίνων που θα περάσουν από το σώμα μας (υποθέστε το σώμα έχει επιάνεια 1 m²) σε 100 έτη κι άρα δώστε μία εκτίμηση της πιθανότητας αλληλεπίδρασης (πιθανότητα =το αντίστροφο του αριθμού των νετρίνων ανά αλληλεπίδραση).

6. Κατά την κατάρρευση ενός υπερκαινοφανούς τύπου II όλα τα πρωτόνια του πυρήνα μετατρέπονται σε νετρόνια (καθώς συμπιέζονται πάνω τους) με ασθενή αλληλεπίδραση



Υποθέτοντας ότι η μάζα του πυρήνα είναι $1.4 M_{\odot}$ (γιατί;) και αποτελείται μόνο από σίδηρο, υπολογίστε τον συνολικό αριθμό πρωτονίων και στη συνέχεια τον συνολικό αριθμό νετρίνων που παράγονται.

Ο Betelgeuse είναι ο λαμπρός ερυθρός αστέρας στον ώμο του Ωρίωνα, είναι M2 I υπεργίγαντας με μάζα περίπου $20 M_{\odot}$ κι άρα πιθανόν να γίνει υπερκαινοφανής μέσα στα επόμενα εκατομμύρια έτη! Ο Betelgeuse βρίσκεται σε απόσταση 200 pc από το ηλιακό σύστημα. Υπολογίστε τη ροή των νετρίνων (νετρίνα /m²) που θα φτάσουν στη Γη. Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας την πιθανότητα αλληλεπίδρασης (από την προηγούμενη άσκηση) υπολογίστε τον αριθμό των νετρίνων που αναμένεται να αλληλεπιδράσουν σε μία τέτοια έκρηξη. Μήπως θα πρέπει να ανησυχούμε;

7. Υποθέστε ότι ο πυρήνας του Betelgeuse, μάζας $1.4 M_{\odot}$ έχει μέση πυκνότητα 10^{12} kg/m^3 και ότι καταρρέει σε μία ακτίνα 10 km. Υπολογίστε τη συνολική ενέργεια που εκλύεται (σε Joules) από τον υπερκαινοφανή λόγω βαρυτικής κατάρρευσης. Υπολογίστε το χρόνο κατάρρευσης, υποθέτοντας ότι είναι χρόνος ελεύθερης πτώσης. Εάν το 1% της ενέργειας σύνδεσης που ελευθερώνεται κατά την έκρηξη εκλύεται στο οπτικό μέρος μέσα σε 100 ημέρες (χρόνος που χρειάζεται η ακτινοβολία να διαπεράσει το υπόλειμμα της αστρικής ύλης) ποιά είναι η μέση φωτεινότητα του υπερκαινοφανούς σε L_{\odot} . Ποιά είναι η ροή ενέργειας (W/m^2) στο οπτικό μέρος που φτάνει στην επιφάνεια της Γης; Ποιός είναι ο λόγος αυτής της ροής προς την ηλιακή; Θα υπερκαλύψει στη λάμψη αυτός ο υπερκαινοφανής τον Ηλιο;