

Ασκήσεις (Εισαγωγή-Ρευστά-Θερμότητα)

Κινήσεις-Διαγράμματα

1μ. Να σχεδιασθούν το διάστημα s , η ταχύτητα v και η επιτάχυνση γ για ένα σώμα που πέφτει ελεύθερα επί 4 sec.

2μ. Η ταχύτητα v ενός σώματος δίδεται στον παραπλεύρως πίνακα για διάφορες χρονικές στιγμές.

Να σχεδιασθή η ταχύτητα συναρτήσει του χρόνου

και να υπολογισθούν από το διάγραμμα

α. το ολικό διάστημα που διανύθηκε

β. η επιτάχυνση την χρονική στιγμή $t=11\text{sec}$.

t (sec)	v(m/sec)
0	0
2	8
4	8
6	8
8	8
10	8
12	4
14	4
16	4

Ρευστά

1ρ. Μεταλλικός κύβος μάζας 8.2 kg είναι κρεμασμένος από νήμα μέσα σε δοχείο με λάδι πυκνότητας $900 \text{ kg} / \text{m}^3$

Να βρεθεί η άνωση και η τάση του νήματος, αν η επιφάνεια κάθε έδρας του κύβου είναι 9 cm^2 .

2ρ. Συμπαγής κύλινδρος αλουμινίου ειδικού βάρους $2.7 \times 10^4 \text{ Nt} / \text{m}^3$ ζυγίζει 67 kg* στον αέρα και 45 kg* όταν βυθισθή σε δοχείο με υγρό. Να υπολογισθή η πυκνότητα του υγρού. Δίδεται $g = 10 \text{ m} / \text{sec}^2$.

3ρ. Ο Αρχιμήδης ρωτήθηκε αν η κορώνα του βασιλιά των Συρακουσών ήταν από ατόφιο χρυσό. Είχε δεδομένα: Το βάρος της κορώνας στον αέρα 7,84N ενώ όταν ήταν πλήρως βυθισμένη στο νερό 6,84N. Ποια θα ήταν η απάντηση του Αρχιμήδη; ($d(\text{νερού}) = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$)

4ρ. Σωλήνας νερού αποτελείται από δύο τμήματα από τα οποία το πρώτο είναι διατομής 10 cm^2 και το δεύτερο 5 cm^2 . Η ταχύτητα του νερού στο πρώτο τμήμα είναι $5 \text{ m} / \text{sec}$ και η πίεση στο δεύτερο τμήμα $2 \times 10^5 \text{ Nt} / \text{m}^2$

Να υπολογισθούν

α. η ταχύτητα του νερού στο πρώτο τμήμα και η πίεση στο δεύτερο,

β. η ποσότητα του νερού που περνάει από μια διατομή σε ένα min.

Θερμότητα

10. 500 gr νερού και 100 gr πάγου είναι σε θερμική ισορροπία, υπό κανονική πίεση. Αν 200 gr ατμού σε θερμοκρασία 100 βαθμών Κελσίου εισαχθούν στο μείγμα, να βρεθεί η τελική θερμοκρασία και η σύνθεση του μείγματος.
20. Πόση ενέργεια απαιτείται σε cal και σε joule για την μετατροπή 10 gr πάγου σε ατμό;
30. Γυάλινο δοχείο είναι γεμάτο με 50cm^3 Hg στους 18°C .

Αν η θερμοκρασία αυξηθεί σε 38°C , πόσος υδράργυρος θα χυθεί από το δοχείο;

Δίδονται:

$$c_{\text{νερου}} = 1\text{cal}/(\text{gr} \cdot \text{grad})$$

$$c_{\text{παγου}} = 0.5\text{cal}/(\text{gr} \cdot \text{grad})$$

$$Q_{\text{τηξεωςπαγου}} = 80\text{cal}/\text{gr}$$

$$Q_{\text{υγροποιησεωςατμων}} = 540\text{cal}/\text{gr}$$

γραμμικός συντελεστής διαστολής γυαλιού: $\alpha = 9 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$

κυβικός συντελεστής διαστολής υδραργύρου: $\beta = 18 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$

$$1\text{cal} = 4.18\text{Joule}$$

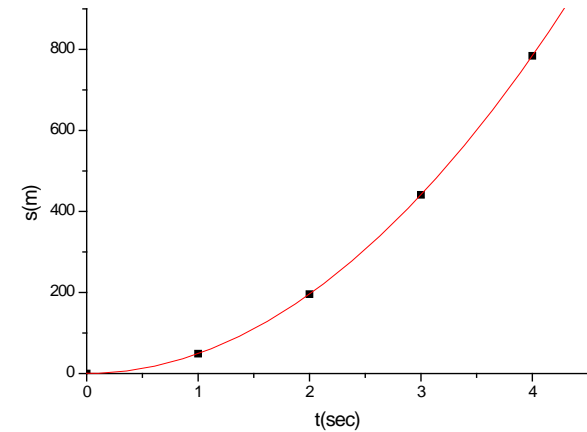
Απαντήσεις

Απαντήσεις στις ασκήσεις μηχανικής

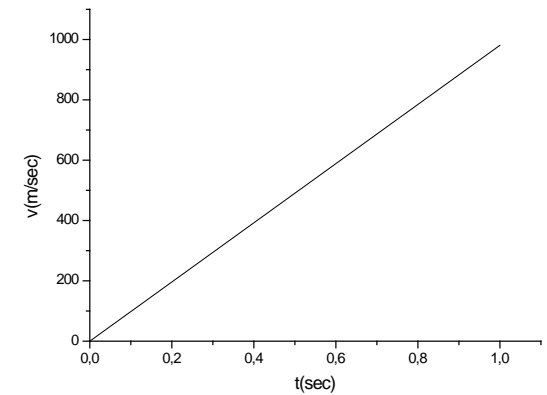
1μ.

$t(\text{sec})$	$\gamma = g$ (m/sec^2)	$v(\text{m}/\text{sec})$	$s(\text{m})$
0	9.81	0	0
1	9.81	9.81	4.9
2	9.81	2×9.81	19.6
3	9.81	3×9.81	44.1
4	9.81	4×9.81	78.4

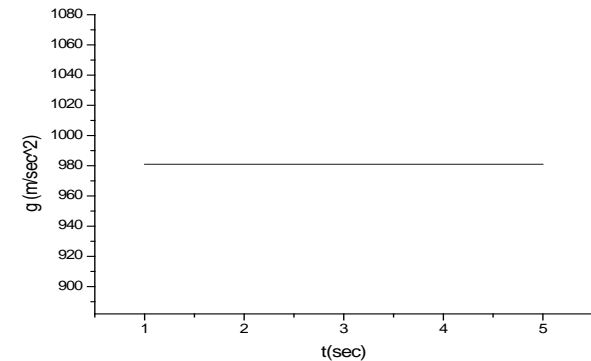
α.



β.



γ.



2μ.

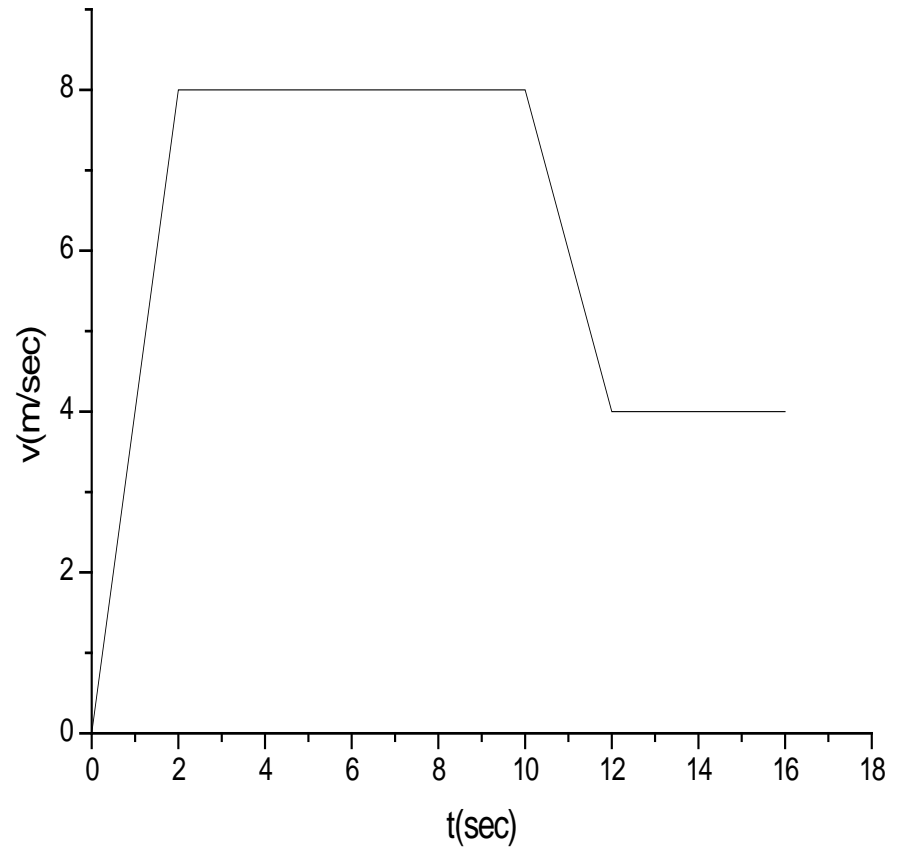
Το ολικό διάστημα δίνεται από το εμβαδόν που περικλείεται από την καμπύλη και τον άξονα των χρόνων

$$\left(v = \frac{ds}{dt} \rightarrow s = \int v \cdot dt \right).$$

Επομένως, $s=100\text{m}$.

Η επιτάχυνση την χρονική στιγμή 11 sec είναι

$$\gamma = \frac{dv}{dt} = 2 \frac{m}{\text{sec}^2}$$



1ρ.

Δεδομένα **στο S.I.:** $m = 8.2 \text{ kg}$, $S = 9 \times 10^{-4} \text{ m}$, $\rho = 900 \text{ kgr/m}^3$, $g = 10 \text{ m/sec}^2$

Η άνωση είναι το βάρος του εκτοπιζομένου υγρού, δηλαδή $A = V \times \rho \times g$, $V = S \times \sqrt{S}$

και αντικαθιστώντας στον τελικό τύπο $A = S \times \sqrt{S \times \rho \times g}$

$$A = 9 \times 3 \times 9 \times 1 \times 10^{-4} \times 10^{-2} \times 10^2 \times 10 \text{ m}^3 \times \frac{\text{kgr}}{\text{m}^3} \times \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

$$A = 243 \times 10^{-3} \text{ Nt}$$

$$A = 2.43 \times 10^{-1} \text{ Nt}$$

Η τάση του νήματος θα είναι η διαφορά του βάρους και της άνωσης

$$T = B - A \quad \text{ή} \quad T = mg - A \quad T = mg - S \times \sqrt{S} \times \rho \times g$$

και αντικαθιστώντας

$$T = 81.757 \text{ Nt}$$

2ρ. Δεδομένα: $B = 670 \text{ Nt}$ $T = 450 \text{ Nt}$ $\varepsilon_{\mu\epsilon\tau} = 2.7 \times 10^4 \text{ Nt/m}^3$ $g = 10 \text{ m/sec}^2$

Η άνωση είναι ίση με την διαφορά των βαρών στον αέρα και στο υγρό, $B - T$:

$$A = B - T = V \times \rho_{\nu\gamma} \times g$$

αλλά

$$V = \frac{B}{\varepsilon_{\mu\epsilon\tau}} \rightarrow \rho_{\nu\gamma} = \frac{B - T}{\frac{B}{\varepsilon_{\mu\epsilon\tau}} \times g}$$

και αντικαθιστώντας

$$\rho_{\nu\gamma} = \frac{(6.7 - 4.5)}{\frac{6.7}{2.7}} \times \frac{10^2}{\frac{10^2 \times 10}{10^4}} \frac{\text{Nt}}{\text{Nt} \times \text{m}^{-3} \times \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}} = \frac{2.2 \times 2.7}{6.7} \times 10^3 \text{ kgr/m}^3 \rightarrow$$

$$\rho_{\nu\gamma} = 8.8 \times 10^2 \text{ kgr/m}^3$$

Στον αέρα η δύναμη που ασκείται από το δυναμόμετρο είναι ίση με το βάρος της κορώνας

$$T_1 = B \quad (1)$$

Όταν η κορώνα είναι στο νερό τότε η δύναμη που ασκείται από το δυναμόμετρο είναι ίση με το βάρος μείον την άνωση

$$T_2 = B - A \quad (2)$$

Αλλά

$$A = d(\text{νερού}) \times g \times V \quad (3)$$

όπου V ο όγκος του εκτοπιζομένου υγρού, που είναι και ο όγκος της κορώνας.

Από τις (2) και (3) υπολογίζεται ο όγκος V και στη συνέχεια η πυκνότητα της κορώνας

$$d = B / (V \times g) = 7.84 \times 10^3 \text{ kgr} \cdot \text{m}^{-3}$$

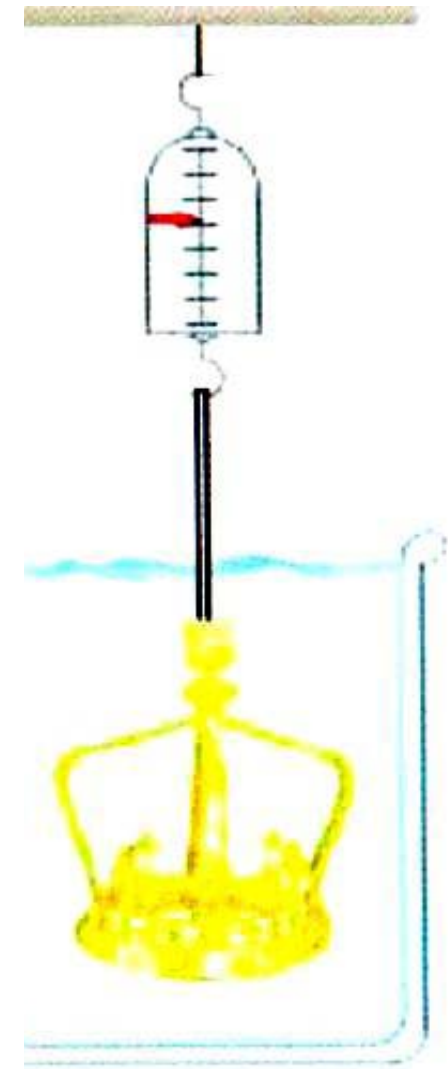
Συγκρίνοντας με την πυκνότητα του χρυσού που είναι

$$19.3 \times 10^3 \text{ kgr} \cdot \text{m}^{-3}$$

είναι σαφές ότι η κορώνα ήταν είτε νοθευμένη ή δεν ήταν συμπαγής.



(a)



(b)

4ρ. Τα δεδομένα στο S.I. είναι:

$$A_1 = 10 \times 10^{-4} m^2 = 10^{-3} m^2$$

$$A_2 = 5 \times 10^{-4} m^2$$

$$v_1 = 5 m/sec$$

$$P_2 = 2.0 \times 10^5 Nt/m^2$$

$$\rho = 1 \times 10^3 kgr \times m^{-3}$$

$$t' = 60 sec$$

$$g = 10 m/sec^2$$

α. Από το νόμο της συνεχείας $A_1 \times v_1 = A_2 \times v_2$

προκύπτει $v_2 = A_1 \times v_1 / A_2$

και αντικαθιστώντας τις αριθμητικές τιμές των μεγεθών στο ίδιο σύστημα μονάδων, εδώ το S.I.,

$$v_2 = \frac{1 \times 5 \cdot 10^{-3} m^2 \times \frac{m}{sec}}{5 \cdot 10^{-4} m^2} = 10 m/sec$$

Από το νόμο του Bernoulli $P_1 + \rho v_1^2 / 2 = P_2 + \rho \times v_2^2 / 2 = σταθερό$
προκύπτει

$$P_1 = P_2 + \rho \times (v_2^2 - v_1^2) / 2$$

και με αντικατάσταση

$$P_1 = 2 + 1 \times (1 - 0.5^2) / 2 Nt/m^2 + kgr \times m^{-3} (m^2 / sec^2 + m \times m / sec^2) = 2.385 \times 10^5 Nt \times m^{-2}$$

$$\text{άρα } \boxed{P_1 = 2.4 \times 10^5 Nt \times m^{-2}}$$

β. Ο ζητούμενος όγκος του νερού που περνάει από οποιαδήποτε διατομή A με ταχύτητα v σε χρόνο t' είναι:

$$V = A \times v \times t$$

και αντικαθιστώντας για την διατομή A_1

$$V = 1 \times 5 \times 6 \times 10^{-3} \times 10 m^2 \times \frac{m}{sec} \times sec \rightarrow \boxed{V = 3 \times 10^{-1} m^3}$$

10. Δεδομένα στο S.I.

$$c_{\text{νερου}} = 1 \text{ cal} / (10^{-3} \text{ kgr} \cdot \text{grad})$$

$$c_{\text{παγου}} = 0.5 \text{ cal} / (10^{-3} \text{ kgr} \cdot \text{grad})$$

$$Q_{\text{τηξεως}} = 80 \text{ cal} / (10^{-3} \text{ kgr})$$

$$Q_{\text{υγροποιησεως}} = Q_{\text{εξαερ}} = 540 \text{ cal} / (10^{-3} \text{ kgr})$$

$$m_{\text{νερου}} = 500 \times 10^{-3} \text{ kgr}$$

$$m_{\text{παγου}} = 100 \times 10^{-3} \text{ kgr}$$

$$m_{\text{ατμων}} = 200 \times 10^{-3} \text{ kgr}$$

$$\theta_{\text{ατμων}} = 100^\circ \text{C}$$

από όπου

$$\theta_{\text{τελ}} = \frac{m_{\text{ατμων}} \times Q_{\text{υγροποιησεως}} + m_{\text{ατμων}} \times \theta_{\text{ατμων}} \times c_{\text{νερου}} - m_{\text{παγου}} \times Q_{\text{τηξεως}}}{c_{\text{νερου}} (m_{\text{ατμων}} + m_{\text{νερου}} + m_{\text{παγου}})}$$

Αντικαθιστώντας στον τελικό τύπο τις

τιμές των μεγεθών υπολογίζεται η θερμοκρασία

$$\theta_{\text{τελ}} = \frac{2 \times 5.4 + 2 - 0.8}{8} \frac{10^4 \text{ cal}}{10^3 \text{ cal/grad}} \text{ άρα } \boxed{\theta_{\text{τελ}} = 150^\circ \text{C}} .$$

Το αποτέλεσμα δείχνει πως η ποσότητα του ατμού είναι μεγαλύτερη από αυτήν που απαιτείται για να λειώσει ο πάγος και να ανέβει η θερμοκρασία νερού και πάγου στους 100°C . Επομένως η τελική θερμοκρασία θα είναι 100°C και ένα μέρος του ατμού δεν έχει υγροποιηθεί.

Για να λειώσει ο πάγος και να ανεβεί η θερμοκρασία νερού και πάγου σε τελική θερμοκρασία 100 βαθμών Κελσίου απαιτείται ποσόν θερμότητας που θα δοθή από την μάζα των ατμών και θα ισχύει

$$m'_{\text{ατμων}} \times Q_{\text{υγροποιησεως}} + m_{\text{παγου}} \times Q_{\text{τηξεως}} + (m_{\text{νερου}} + m_{\text{παγου}}) c_{\text{νερου}} \times \theta'_{\text{τελ}}$$

από όπου προκύπτει

$$m'_{\text{ατμων}} = 126 \times 10^{-3} \text{ kgr}$$

Δηλαδή το τελικό μείγμα αποτελείται από

$$(500 + 100 + 126) \times 10^{-3} \text{ kgr} = 0.726 \text{ kgr} \text{ νερού}$$

και $74 \times 10^{-3} \text{ kgr}$ ατμού όλα στη θερμοκρασία των 100°C .

Η αρχική θερμοκρασία νερού-πάγου, εφόσον συνυπάρχουν υπό κανονική πίεση, είναι 0°C .

Έστω ότι η τελική θερμοκρασία του συστήματος είναι $\theta_{\text{τελ}}$. Ο ατμός θα δώσει θερμότητα υγροποιούμενος αφενός και με την ψύξη του από την θερμοκρασία $\theta_{\text{ατμων}}$ στην θερμοκρασία $\theta_{\text{τελ}}$.

Αυτή η θερμότητα θα χρησιμοποιηθή για την τήξη του πάγου και για να ανέβει η θερμοκρασία του συστήματος πάγος-νερό στην θερμοκρασία $\theta_{\text{τελ}}$.

Τα παραπάνω εκφράζονται με την εξίσωση:

$$m_{\text{ατμων}} \times Q_{\text{υγροποιησεως}} + m_{\text{ατμων}} (\theta_{\text{ατμων}} - \theta_{\text{τελ}}) c_{\text{νερου}} = m_{\text{παγου}} \times Q_{\text{τηξεως}} + (m_{\text{νερου}} + m_{\text{παγου}}) c_{\text{νερου}} \times \theta_{\text{τελ}}$$

20. Απαιτείται ενέργεια για να λειώσει ο πάγος , να ανέβει η θερμοκρασία του νερού κατά 100 βαθμούς Κελσίου και για να εξατμισθή στη συνέχεια . Δηλαδή:

$$Q = m \times Q_{\text{τηξ}} + m \times c_{\text{νερου}} \times (\theta_{\text{τελ}} - \theta_{\text{αρχ}}) + m \times Q_{\text{εξάτ}}$$

Δεδομένα στο S.I.

$$m = 10 \times 10^{-3} \text{ kgr}$$

και σταθερές που έχουν δοθεί στην 1θ. Μετά από αντικαταστάσεις:

$$Q = 7.2 \times 10^3 \text{ cal} = 30 \times 10^3 \text{ Joule}$$

30. Ο όγκος του υδραργύρου που θα χυθεί είναι η διαφορά διαστολής όγκου του υδραργύρου και του γυαλιού, δηλαδή

$$\Delta V_{\text{Hg}} - \Delta V_{\text{γυαλιου}} = \beta \times V_0 \times (\theta_{\text{τελ}} - \theta_{\text{αρχ}}) - 3\alpha \times V_0 \times (\theta_{\text{τελ}} - \theta_{\text{αρχ}})$$

και

$$\Delta V = V_0 \times (\theta_{\text{τελ}} - \theta_{\text{αρχ}}) \times (\beta - 3\alpha)$$

Μετά από αντικαταστάσεις με $\theta_{\text{τελ}} = 38^\circ\text{C}$, $\theta_{\text{αρχ}} = 18^\circ\text{C}$, $V = 5 \times 10^{-5} \text{ m}^3$ και τις σταθερές δεδομένες από την 1θ :

$$\Delta V = 1.5 \times 10^{-7} \text{ m}^3$$